

LP 29 - Filtrage

Niveau : L₁

Prérequis:

- * Notation complexe
- * Loi des mailles / Loi des noeuds en complexe
- * Pt diviseur de tension
- * Analyse de Fourier si applications
- * Circuits RLC et RC (facteur de qualité, pulsation propre)
- * Quadripole
- * Sinusoidal forcé en méca si application (+ PFD etc)
- * Régime permanent / régime transitoires
- * Régime Sinusoidal forcé



Bibliographie

- * Physique tout en un PCSI - Dunod - Scolamito
- * Electrodinamika - Gendreau
- * Physique tout en un première année - Dunod - Senz

Expérience : { Filtre passe bande (RLC) : trace diagramme de Bode
{ Détection synchrone

Introduction Pédagogique

- * C'est un cours de licence 1 qui vient en fin d'année, et à la fin d'une séquence sur l'électrocinétique car elle fait appel à des notions de beaucoup de cours.
- * Elle se place après l'étude des circuits RLC en régime permanent et juste après un cours introductif sur les quadripôles.
- * On considère que les élèves sont donc familiers avec la notation complexe, les circuits RLC les lois de l'électrocinétique, ainsi qu'avec la notion de régime permanents et transitoires.
- * Le but de ce cours va être de mobiliser un grand nombre de connaissances de l'élève afin de pouvoir appréhender correctement la notion.
- * On va essayer de donner des exemples concrets à l'élève par lequel il puisse comprendre l'importance du phénomène.
 - ↳ On pourra essayer de montrer que le filtrage ne se résume pas qu'à l'électrocinétique.
- * On ne s'attardera pas sur la décomposition en série de Fourier qui pourra être vu ultérieurement dans des applications du filtrage.
- * Les difficultés de ce cours seront en grande partie calculatoires, ainsi que dans l'utilisation des filtres, on essaiera de se raccrocher à des exemples pour plus de clarté.
- * Des TD seront faits sur l'établissement de fonctions de transfert et l'étude des diagrammes de Bode.
- * En TP on pourra étudier des filtres en cascade par introduction du cours suivant, tracer des diagrammes de Bode, ou même modéliser une détection synchrone.
- * En étude de Doc on pourra voir des applications comme la modulation en fréquence ou des filtres en mécanique.

Introduction

- * Bonjour à tous, aujourd'hui on va parler de filtrage.
- * Quand on dit filtrage on pense à un filtre, comme un filtre à café qui laisse passer l'eau mais pas le café. un filtre par rapport à la taille
- * Aujourd'hui on va faire la même chose mais avec des signaux électriques. Expérience avec filtre RC à HF et BF 
- * On va essayer de voir comment on peut faire passer certains signaux et pas d'autres
- * Il faut savoir que c'est quelque chose qu'on utilise tout les jours.
 - ↳ dans la radio on n'écoute qu'une seule fréquence
 - ↳ avec un teléphone
 - ↳ dans des enceintes on a des baffles pour les basses et les aigues.
- * Eh bien tout ça c'est du filtrage, mais en fréquence

Objectif: Etablir l'expression d'une fonction de transfert et savoir l'étudier par tracer un diagramme de Bode et prédire le signal en sortie

Transition: Pour commencer comment on fait un filtre et comment on le caractérise?

I - Filtrés du premier ordre.

A - Fonction de transfert

* Un filtre c'est un quadripôle particulier qui donne un signal en sortie qui dépend de la fréquence du signal d'entrée.

* Pour caractériser les caractéristiques du filtre on utilise une fonction de transfert appelée H telle que:

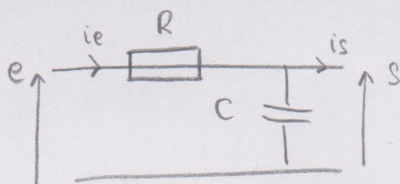
$$\boxed{H(\omega) = \frac{\underline{S}}{\underline{e}}}, \text{ elle dépend de } \omega$$

* Il faut directement comprendre que l'on travaille en régime permanent en sinusoïdal forcé

↳ $e(t) = E_0 \cos(\omega t) \rightarrow$ En complexe: $\underline{e} = E_0 e^{j\omega t}$

* Les filtres du premier ordre sont les circuits RC, on va faire l'étude ci-dessous pour déterminer H :

↳ projection circuit RC



* On peut faire un pont diviseur de tension aux bornes de C .

$$\underline{S} = \frac{Z_C \cdot \underline{e}}{Z_R + Z_C} \Rightarrow H(\omega) = \underline{S}/\underline{e} = \frac{1/j\omega C}{1/j\omega C + R} = \frac{1}{1 + jRC\omega}$$

* On peut repasser en notation réelle: on prend le module:

$$\boxed{H(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}}}$$



Transition: On a la fonction de transfert, mais maintenant qu'est ce qu'on peut en faire ?

B. Diagrammes de Bode

* Maintenant qu'on a la fonction de transfert on va l'étudier.

* Quand $\omega \rightarrow 0$ (Basse fréquence) $H(\omega) \rightarrow 1$ on a donc $\underline{S} = \underline{e}$

↳ Le signal traverse sans aucun soucis.

* Quand $\omega \rightarrow +\infty$ (Hautes fréquences) $H(\omega) \rightarrow 0$ on a donc $\underline{S} = 0$

↳ Le signal est réduit à 0 dans le filtre $\Rightarrow$ Passes bas 

* Comme on ne travaille ni à $\omega = 0$ ni à $\omega = +\infty$, on va tracer un diagramme qui nous donne des informations sur la sortie pour tout ω .

↳ on trace $G_{dB} = 20 \log(H(\omega)) = f(\omega)$: appelé le gain

↳ on se place en échelle log car on balaye des grandes gammes de fréquence

↳ et on trace le déphasage $\varphi(\omega) = f(\omega)$

* Dans notre cas $H(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_0)^2}}$

↳ $G_{dB} = 20 \log\left(\frac{1}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_0)^2}}\right) = -10 \log(1 + (\omega/\omega_0)^2)$

↳ pour $\omega \rightarrow 0$ on a $G_{dB} = 0$: signal inchangé

↳ pour $\omega \rightarrow +\infty$: $G_{dB} \approx -20 \log(\omega/\omega_0)$

↳ pente de $-20 \text{ dB/décade} \Rightarrow$ caractéristique ordre 1.

* On voit que la limite entre ces deux domaines est quand les asymptotes se croisent

↳ quand $-20 \log(\omega/\omega_0) = 0$ soit $\omega = \omega_0$: fréquence de coupure

* A la fréquence de coupure : $G_{dB} = -10 \log(2) = -3 \text{ dB}$

* Pour avoir la phase on trace $\varphi = \text{Arg}(H(\omega)) = \text{Arg}(1) - \text{Arg}(1 + j\omega/\omega_0) = -\arctan(\omega/\omega_0)$

* On va voir ce que donne des vrais diagrammes de Bode (Projo)  

Transition : Avec R et C on ne peut pas sélectionner une unique fréquence
Comme le fait la radio, on va essayer d'améliorer ça.

II. Filtre du Second ordre

A. Le filtre passe bande

* On va travailler ici avec un circuit RLC. En fonction de l'ordre dans lequel on branche les dipôles, on obtient des filtres différents. (projo)

↳ On fera l'étude des passes haut et bas en TD, ici on se focalise sur le passe bande: Circuit LCR. $\Rightarrow$ projo LCR

* On peut faire un pont diviseur de tension

$$\underline{S} = \frac{Z_R \cdot \underline{e}}{Z_R + Z_C + Z_L} \Rightarrow \underline{H}(\omega) = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega} + jL\omega} = \frac{1}{1 + \frac{1}{jRC\omega} + j\frac{L}{R}\omega}$$

↳ en posant $\boxed{\omega_0 = 1/\sqrt{LC}}$ et $\boxed{Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}}$ comme on fait class: $Q^\pm$

$$\Rightarrow \boxed{\underline{H}(\omega) = \frac{1}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}} \quad \text{et} \quad \boxed{\underline{H}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}}$$

* On peut vérifier qu'on a bien un passe bande:

• $\omega \rightarrow 0: \frac{\omega_0}{\omega} \rightarrow +\infty$ donc $H \rightarrow 0$

• $\omega \rightarrow +\infty: \frac{\omega}{\omega_0} \rightarrow +\infty$ donc $H \rightarrow 0$

• On pourrait faire l'étude mathématique, mais $\underline{H}(\omega)$ max pour $\omega = \omega_0: H = 1$.

Transition: On a vu que pour les régimes transitoires Q aurait une grande importance, qu'elle est son rôle ici ?

B- Le Rôle de Q - Diagramme de Bode

* Pour bien comprendre le rôle du facteur de qualité il faut regarder le gain

$$\begin{aligned} \bullet G_{dB} &= 20 \log(H(\omega)) \\ &= -10 \log\left(1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2\right) \end{aligned}$$

$$\bullet \text{ pour } \omega \gg \omega_0: G_{dB} = -10 \log\left(Q^2 \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) = -20 \log(\omega/\omega_0) - 20 \log Q$$

$$\bullet \text{ pour } \omega \ll \omega_0: G_{dB} = -10 \log\left(Q^2 \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right) = +20 \log(\omega/\omega_0) - 20 \log Q$$

$$\bullet \text{ pour } \omega = \omega_0: G_{dB} = 0$$

$\Rightarrow$ les asymptotes se croisent en $-20 \log Q$, mais la courbe réelle passe par $(0; 0)$: projection 

↳ Plus Q est grand plus la bande passante est fine $\Rightarrow$ meilleur filtre.

↳ bande passante à $-3dB$ vaut $\Delta\omega = \omega_0/Q$: à retenir en TD

Transition: On a étudié les filtres les plus simples, mais dans le monde les filtres utilisés peuvent être beaucoup plus complexes et d'autres méthodes sont mises en oeuvre. On va voir des applications dans la troisième partie.

III. Applications

A. Analogie mécanique

* Le but des amortisseurs est qu'une voiture est le moins de secousses possibles

↳ On va faire un passé bas pour les oscillations

* On modélise les amortisseurs comme un ressort avec frottements fluïdes et la route avec une altitude $z_r(t)$ = D proje

* (PFD) nous donne ser $\vec{oz}$:

$$m \ddot{z} = -mg - k(z - z_r(t) - z_e + z_e - z_0) - \lambda \dot{z} \quad \text{eq}$$

$$\text{soit } \ddot{z} + \frac{\lambda}{m} \dot{z} + \frac{k}{m} z = z_r(t) \cdot \frac{k}{m} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\ddot{z} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{z} + \omega_0^2 z = z_r(t) \omega_0^2}$$

$$\text{avec } \boxed{\omega_0 = \sqrt{k/m}} \quad \boxed{Q = \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{k}{m}}}$$

En complexe on retrouve bien un filtre le but va être de choisir λ

$$Z_0 = \frac{Z_r \cdot \omega^2}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + Q^2(\omega\omega_0)^2}} = \frac{Z_r}{\sqrt{(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2})^2 + Q^2(\frac{\omega}{\omega_0})^2}}$$

↳ On a un filtre passe bas : il faut ω_0 bien calibrer pour ne pas avoir de secousses dans la voiture

△ La réalité est plus complexe

B- Detection synchrone

* Le but est d'extraire des signaux de faible amplitude noyés dans un bruit important.

↳ on multiplie le signal par un signal de fréquence propre proche de celui que l'on veut

↳ on obtient des signaux de fréquence $\begin{cases} f_1 + f_2 \\ f_1 - f_2 \end{cases}$



* On peut ensuite filtrer avec un passe bas pour obtenir le signal $f_1 - f_2$ et on peut remonter au signal de base ensuite



Conclusion: Avec seulement quelques composants on peut réussir à faire des filtres de toute sortes. **Diapo**

↳ ces filtres ont un grand nombre d'applications qu'on pourra voir en

TPA en étude de doc

↳ des analogies peuvent aussi être utilisées dans d'autres domaines

(mécanica, optica)